**SIMULAZIONE ZANICHELLI 2024**

DELLA PROVA DI MATEMATICA DELL’ESAME DI STATO

PER IL LICEO SCIENTIFICO

***Si risolva uno dei due problemi e si risponda a 4 quesiti.***

**Problema 1**

Considera la funzione

dove è un parametro reale non nullo, e indica con il suo grafico.

1. Determina il dominio della funzione al variare di e verifica che tutte le curve passano per il punto , origine del sistema di riferimento, e che in tale punto hanno tutte la stessa retta tangente .
2. Dimostra che e per si intersecano in due punti fissi.

Fissato ora , poni e indica con il suo grafico.

1. Studia la funzione e traccia il grafico .
2. Determina l’area della regione finita di piano delimitata da , dal suo asintoto orizzontale e dall’asse delle ordinate, e l’area della regione finita di piano delimitata da e dall’asse delle ascisse. Qual è la regione con area maggiore?

**Problema 2**

Considera la funzione

con e parametri reali non nulli.

1. Determina le condizioni su e in modo che la funzione non ammetta punti stazionari. Dimostra poi che tutte le rette tangenti al grafico di nel suo punto di ascissa  
    passano per uno stesso punto sull’asse di cui si chiedono le coordinate.
2. Trova i valori di e in modo che il punto sia un flesso per la funzione. Verificato che si ottiene e , studia la funzione corrispondente, in particolare individuando asintoti, massimi, minimi ed eventuali altri flessi, e traccia il suo grafico.

D’ora in avanti considera fissati i valori e e la funzione corrispondente.

1. Calcola l’area della regione finita di piano compresa tra il grafico della funzione , la sua tangente inflessionale in e la retta di equazione .
2. Stabilisci se la funzione soddisfa tutte le ipotesi del teorema di Lagrange nell’intervallo . Utilizza poi il grafico di per discutere il numero delle soluzioni dell’equazione nell’intervallo al variare del parametro reale .

**QUESITI**

1. Dato il quadrato di lato , siano e i punti medi dei lati consecutivi e rispettivamente. Traccia i segmenti , e la diagonale . Indicati con il punto di intersezione tra e e con il punto di intersezione tra e , dimostra che:

**a.** e sono perpendicolari;

**b.** .

1. Nel riferimento cartesiano è data la superficie sferica di centro e raggio 1. Ricava l’equazione del piano α tangente alla superficie sferica nel suo punto . Detti , e i punti in cui α interseca rispettivamente gli assi , e , determina l’area del triangolo .
2. Andrea va a scuola ogni giorno con lo stesso autobus, dal lunedì al venerdì. Da una lunga serie di osservazioni ha potuto stabilire che la probabilità di trovare un posto libero a sedere è distribuita nel corso della settimana come indicato in tabella.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Giorno | Lunedì | Martedì | Mercoledì | Giovedì | Venerdì |
| Probabilità | 10% | 20% | 30% | 20% | 10% |

**a.** Qual è la probabilità che nel corso della settimana Andrea possa sedersi sull’autobus almeno una volta?

**b.** Sapendo che nell’ultima settimana Andrea ha trovato posto a sedere una sola volta, qual è la probabilità che questo si sia verificato di giovedì?

1. Dimostra che il volume massimo di una piramide retta a base quadrata inscritta in una sfera è minore di del volume della sfera.
2. Date le funzioni

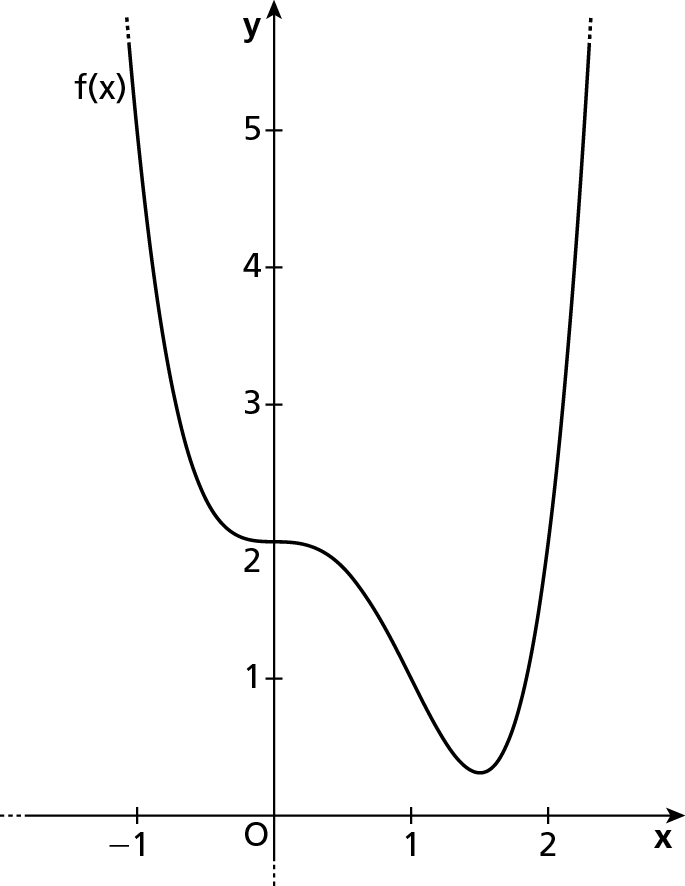
ricava i valori di e per i quali i grafici di e si intersecano in un punto di ascissa e hanno in tale punto rette tangenti tra loro perpendicolari. Verificato che esistono due coppie di funzioni e che soddisfano le richieste, mostra che le due funzioni e si corrispondono in una simmetria assiale di asse  
, così come e .

1. Determina il valore del parametro in modo tale che valga:
2. Data una generica funzione polinomiale di terzo grado

dimostra che le rette tangenti al grafico in punti con ascissa simmetrica rispetto al punto di flesso sono parallele tra loro.

Considera la funzione di equazione e scrivi le equazioni delle rette tangenti al suo grafico γ nei punti e , dove è il punto di γ di ascissa e è il suo simmetrico rispetto al flesso.

1. In figura è rappresentato il grafico γ della funzione .



Trova le tangenti inflessionali di γ, poi verifica che le aree delle due regioni di piano delimitate da γ e da ciascuna delle tangenti sono uguali.